Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 .

Бланк 1 - 0 , 8

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

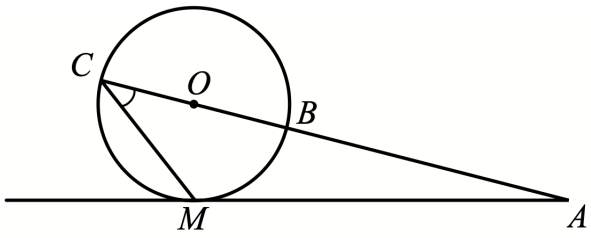
Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Из точки A к окружности с центром O проведены касательная AM и секущая AC, проходящая через центр и пересекающая окружность в точке B, причём $AB < AC$. Найдите величину угла ACM, если $\angle MAC = 34^\circ$. Ответ дайте в градусах.

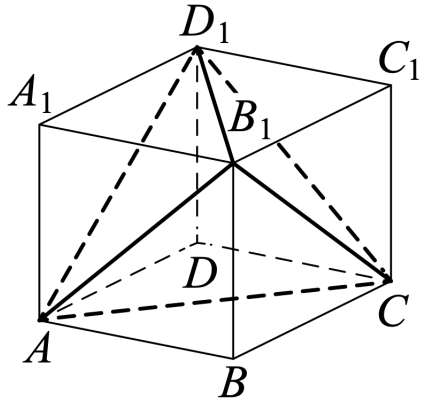


Ответ:_____.

2 Даны векторы $\vec{a}(-7;5)$, $\vec{b}(2;-3)$ и $\vec{c}(0;4)$. Найдите длину вектора $\vec{a}+\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$.

Ответ:_____.

3 Объём прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равен 7,2. Найдите объём треугольной пирамиды AD_1CB_1.



Ответ:_____.

4 В игре «Морской бой» на клетчатом поле 10×10 размещают четыре однопалубных корабля (одна клетка), три двухпалубных, два трёхпалубных и один четырёхпалубный. Первый игрок делает «выстрел» по случайной клетке. Какова вероятность того, что он попадёт в двухпалубный корабль?

Ответ:_____.

5 Зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка оснащён двумя типами датчиков безопасности: движения и лучевым. В случае несанкционированного проникновения в зал первый датчик срабатывает с вероятностью 0,94, а второй — с вероятностью 0,93. Какова вероятность того, что сработает только один датчик в случае несанкционированного проникновения в зал выдачи наличных денежных средств банкоматами банка?

Ответ:_____.

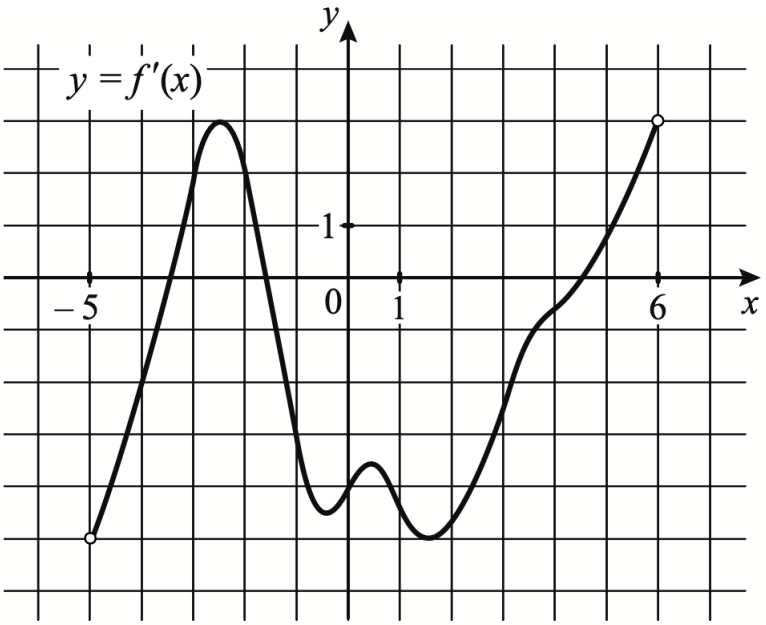
6 Найдите корень уравнения $\log_2(x+3) = \log_2 x + 1$.

Ответ:_____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{9\cos 60^\circ}{\sin^2 18^\circ + \cos^2 198^\circ}$.

Ответ:_____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, принадлежащих этим промежуткам.



Ответ:_____.

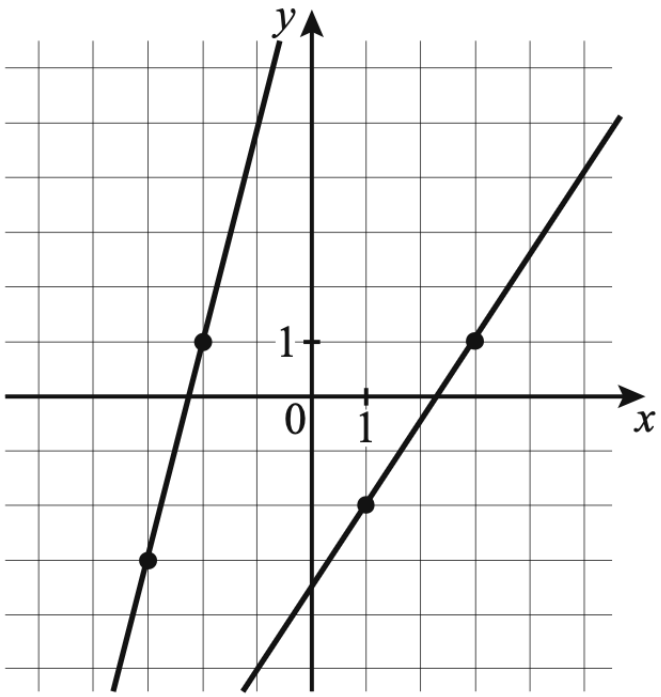
9 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 164 мг. Период его полураспада составляет 7 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 41 мг.

Ответ:_____.

10 Смешали 2 кг 15%-го раствора кислоты и 4 кг 20%-го раствора той же кислоты, а затем добавили несколько кг воды. В результате получился 11%-й раствор кислоты. Сколько кг воды было добавлено?

Ответ:_____.

11 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ:_____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 3^{x^2+18x+82}$ на отрезке $[-10; 10]$.

Ответ:_____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$\sin x - \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[4\pi; 7\pi]$.

14 Точки A, B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S. Точка M — середина хорды BC, AC — диаметр.
а) Докажите, что угол между прямой SM и плоскостью ABC равен углу между прямой AB и плоскостью SBC.
б) Найдите высоту конуса, если угол между прямой AB и плоскостью SBC равен 60°, $AC = 10$, $BC = 6$.

15 Решите неравенство

$$\frac{\log_2 27}{\log_2 \dfrac{x}{81}} \leqslant \left(1 - \frac{1}{4 - \log_3 x}\right) \cdot \frac{\log_5 9}{\log_5 \dfrac{x}{27}}.$$

16 В мае 2027 года садовод планирует взять кредит в банке для строительства на участке летней кухни. Банк предоставляет кредит на следующих условиях:

– каждый январь долг увеличивается на $r\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по апрель необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Садовод рассчитал, что если ежегодно выплачивать по 41 472 рубля, то кредит можно будет полностью погасить за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 70 272 рубля, то кредит можно будет погасить за 2 года. Найдите r.

17 Окружность проходит через вершины B и C прямоугольного треугольника ABC и пересекает катет AC в точке K, гипотенузу AB — в точке M.

а) Докажите, что треугольники AKM и ABC подобны.

б) Найдите площадь четырёхугольника $CKMB$, если радиус окружности равен $\sqrt{29}$, катеты AC и BC равны 12 и 4 соответственно.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых точки плоскости Oxy, координаты которых удовлетворяют равенству

$$y^3 + ay^2 + 2ay + 9y = \sqrt{27}x,$$

представляют собой график некоторой функции $y = f(x)$ при всех действительных значениях x.

19 Юра и Полина играют в числа. Полина выбирает несколько различных натуральных чисел от 25 до 75 включительно и находит их произведение (если выбрано только одно число, то произведением считается само это число). Юра к каждому числу, выбранному Полиной, прибавляет единицу и находит произведение полученных чисел.

а) Может ли результат у Юры оказаться в два раза больше, чем у Полины?

б) Может ли результат у Юры оказаться в пять раз больше, чем у Полины?

в) В какое наибольшее целое число раз результат у Юры может быть больше, чем результат у Полины?